Учреждение Образования

«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информационных технологий

Лабораторная работа № 6

**«Транспортная задача»**

По дисциплине

«Математическое программирование»

Выполнил:

Студент ФИТ

Специальности ИСиТ 2 курса 2 группы

Аникеенко Егор Вячеславович

Вариант 2

Минск 2021

**Транспортная задача**

**Цель работы:** приобретение навыков решения открытой транспортной задачи.

**Задание.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом 2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2** | **10** | **7** | **9** | **15** | **115** |
| 3 | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2** | **12** | **6** | **102** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

**Проверка задачи на закрытость**

Обозначим суммарный запас груза у всех поставщиков символом A, а суммарную потребность в грузе у всех потребителей – символом B. Тогда: Транспортная задача называется закрытой, если A = B. Если же A ≠ B, то транспортная задача называется открытой. В случае закрытой задачи от поставщиков будут вывезены все запасы груза, и все заявки потребителей будут удовлетворены. В случае открытой задачи для ее решения придется вводить фиктивных поставщиков или потребителей.

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.

∑А = 170 + 115 + 152 + 161 + 102 = 700  
∑В = 145 + 109 + 133 + 195 + 97 + 165 = 844

Как видно, суммарная потребность груза в пунктах назначения превышает запасы груза на базах. Следовательно, модель исходной транспортной задачи является открытой. Чтобы получить закрытую модель, введем дополнительную (фиктивную) базу с запасом груза, равным 144 (844-700). Тарифы перевозки единицы груза из базы во все магазины полагаем равны нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2** | **10** | **7** | **9** | **15** | **115** |
| 3 | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2** | **12** | **6** | **102** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

**Поиск первого опорного плана.**

Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую, и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел Аi, или Вj. Затем, из рассмотрения исключают либо строку поставщика, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец потребителя, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы и удовлетворены потребности.  
Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Искомый элемент равен с22= 2. Для этого элемента запасы равны 115, потребности 109. Поскольку минимальным является 109, то вычитаем его.  
x22 = min(115, 109) = 109.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **-** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| 3 | **3** | **-** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| 4 | **6** | **-** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **-** | **11** | **2** | **12** | **6** | **102** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **1144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **0** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

Искомый элемент равен c54= 2. Для этого элемента запасы равны 102, потребности 195. Поскольку минимальным является 102, то вычитаем его.  
x54 = min(102, 195) = 102.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **-** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| 3 | **3** | **-** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| 4 | **6** | **-** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2** | **-** | **-** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **0** | **133** | **93** | **97** | **165** |  |

Искомый элемент равен c16= 3. Для этого элемента запасы равны 170, потребности 165. Поскольку минимальным является 165, то вычитаем его.  
x16 = min(170, 165) = 165.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **-** | **8** | **5** | **13** | **3** | **5** |
| 2 | **12** | **2** | **10** | **7** | **9** | **-** | **6** |
| 3 | **3** | **-** | **13** | **10** | **4** | **-** | **152** |
| 4 | **6** | **-** | **12** | **5** | **15** | **-** | **161** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2** | **-** | **-** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **0** | **133** | **93** | **97** | **0** |  |

Искомый элемент равен c31= 3. Для этого элемента запасы равны 152, потребности 145. Поскольку минимальным является 151, то вычитаем его.  
x31 = min(152, 145) = 145.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **-** | **-** | **8** | **5** | **13** | **3** | **5** |
| 2 | **-** | **2** | **10** | **7** | **9** | **-** | **6** |
| 3 | **3** | **-** | **13** | **10** | **4** | **-** | **7** |
| 4 | **-** | **-** | **12** | **5** | **15** | **-** | **161** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2** | **-** | **-** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **133** | **93** | **97** | **0** |  |

Искомый элемент равен c35= 4. Для этого элемента запасы равны 7, потребности 97. Поскольку минимальным является 7, то вычитаем его.  
x35 = min(7, 97) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **-** | **-** | **8** | **5** | **13** | **3** | **5** |
| 2 | **-** | **2** | **10** | **7** | **9** | **-** | **6** |
| 3 | **3** | **-** | **-** | **-** | **4** | **-** | **0** |
| 4 | **-** | **-** | **12** | **5** | **15** | **-** | **161** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2** | **-** | **-** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **133** | **93** | **90** | **0** |  |

Искомый элемент равен c14= 5. Для этого элемента запасы равны 5, потребности 93. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.  
x14 = min(5, 93) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **-** | **-** | **-** | **5** | **-** | **3** | **0** |
| 2 | **-** | **2** | **10** | **7** | **9** | **-** | **6** |
| 3 | **3** | **-** | **-** | **-** | **4** | **-** | **0** |
| 4 | **-** | **-** | **12** | **5** | **15** | **-** | **161** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2** | **-** | **-** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **133** | **88** | **90** | **0** |  |

Искомый элемент равен c44= 5. Для этого элемента запасы равны 161, потребности 88. Поскольку минимальным является 88, то вычитаем его.  
x44 = min(161, 88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **-** | **-** | **-** | **5** | **-** | **3** | **0** |
| 2 | **-** | **2** | **10** | **-** | **9** | **-** | **6** |
| 3 | **3** | **-** | **-** | **-** | **4** | **-** | **0** |
| 4 | **-** | **-** | **12** | **5** | **15** | **-** | **73** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2** | **-** | **-** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **133** | **0** | **90** | **0** |  |

Искомый элемент равен c25= 9. Для этого элемента запасы равны 6, потребности 90. Поскольку минимальным является 6, то вычитаем его.  
x25 = min(6, 90) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **-** | **-** | **-** | **5** | **-** | **3** | **0** |
| 2 | **-** | **2** | **-** | **-** | **9** | **-** | **0** |
| 3 | **3** | **-** | **-** | **-** | **4** | **-** | **0** |
| 4 | **-** | **-** | **12** | **5** | **15** | **-** | **73** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2** | **-** | **-** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **133** | **0** | **84** | **0** |  |

Искомый элемент равен c43= 12. Для этого элемента запасы равны 73, потребности 133. Поскольку минимальным является 85, то вычитаем его.  
x43 = min(73, 133) = 73.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **-** | **-** | **-** | **5** | **-** | **3** | **0** |
| 2 | **-** | **2** | **-** | **-** | **9** | **-** | **0** |
| 3 | **3** | **-** | **-** | **-** | **4** | **-** | **0** |
| 4 | **-** | **-** | **12** | **5** | **-** | **-** | **0** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2** | **-** | **-** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60** | **0** | **84** | **0** |  |

Искомый элемент равен c63= 0. Для этого элемента запасы равны 144, потребности 60. Поскольку минимальным является 60, то вычитаем его.  
x63 = min(144, 60) = 60.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **-** | **-** | **-** | **5** | **-** | **3** | **0** |
| 2 | **-** | **2** | **-** | **-** | **9** | **-** | **0** |
| 3 | **3** | **-** | **-** | **-** | **4** | **-** | **0** |
| 4 | **-** | **-** | **12** | **5** | **-** | **-** | **0** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2** | **-** | **-** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **84** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **84** | **0** |  |

Искомый элемент равен c65= 0. Для этого элемента запасы равны 84, потребности 84. Поскольку минимальным является 96, то вычитаем его.  
x65 = min(84, 84) = 84.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **-** | **-** | **-** | **5** | **-** | **3** | **0** |
| 2 | **-** | **2** | **-** | **-** | **9** | **-** | **0** |
| 3 | **3** | **-** | **-** | **-** | **4** | **-** | **0** |
| 4 | **-** | **-** | **12** | **5** | **-** | **-** | **0** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2** | **-** | **-** | **0** |
| 6 | **-** | **-** | **0** | **-** | **0** | **-** | **0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |

В результате имеем:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **-** | **-** | **-** | **5(5)** | **-** | **3(165)** | **0** |
| 2 | **-** | **2(109)** | **-** | **-** | **9(6)** | **-** | **0** |
| 3 | **3(145)** | **-** | **-** | **-** | **4(7)** | **-** | **0** |
| 4 | **-** | **-** | **12(73)** | **5(88)** | **-** | **-** | **0** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2(102)** | **-** | **-** | **0** |
| 6 | **-** | **-** | **0(60)** | **-** | **0(84)** | **-** | **0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |

Заполненные нами ячейки будем называть базисными, остальные - свободными.

Для решения задачи методом потенциалов, количество базисных ячеек (задействованных маршрутов) должно равняться m + n - 1, где m - количество строк в таблице, n - количество столбцов в таблице.

Количество базисных ячеек (задействованных маршрутов) равно 11, что и требовалось. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.

Мы нашли начальное решение, то есть израсходовали все запасы поставщиков и удовлетворили все потребности потребителей.

**Значение целевой функции для этого опорного плана** равно:  
F(x) = 5\*5 + 3\*165 + 2\*109 + 9\*6 + 3\*145 + 4\*7 + 12\*73 + 5\*88 + 2\*102 + 0\*60 + 0\*84 = 2775.

Первое оптимальное решение:

x22 = min(115, 109) = 109;

x54 = min(102, 195) = 102;

x16 = min(170, 165) = 165;

x31 = min(152, 145) = 145;

x35 = min(7, 97) = 7;

x14 = min(5, 93) = 5;

x44 = min(161, 88) = 88;

x25 = min(6, 90) = 6;

x43 = min(73, 133) = 73;

x63 = min(144, 60) = 60;

x65 = min(84, 84) = 84.

Дальнейшие наши действия будут состоять из шагов, каждый из которых состоит в следующем:

Находим потенциалы поставщиков и потребителей для имеющегося решения.

Находим оценки свободных ячеек. Если все оценки окажутся неотрицательными - задача решена.

Выбираем свободную ячейку (с отрицательной оценкой), выбор которой, позволяет максимально снизить общую стоимость доставки всей продукции на данном шаге решения.

Находим новое решение, как минимум, не хуже предыдущего.

Вычисляем общую стоимость доставки всей продукции для нового решения.

**Произведем оценку полученного решения.**

Каждому поставщику Ai ставим в соответствие некоторое число – ui, называемое потенциалом поставщика.

Каждому потребителю Bj ставим в соответствие некоторое число – vj, называемое потенциалом потребителя.

Для базисной ячейки (задействованного маршрута), сумма потенциалов поставщика и потребителя должна быть равна тарифу данного маршрута.

(ui + vj = cij, где cij - тариф клетки AiBj)

Поскольку, число базисных клеток - **11**, а общее количество потенциалов равно **12**, то для однозначного определения потенциалов, значение одного из них можно выбрать произвольно.

Пусть u1 = 0.

Последовательно найдем значения потенциалов.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | u |
| 1 | **-** | **-** | **-** | **5(5)** | **-** | **3(165)** | **u1=0** |
| 2 | **-** | **2(109)** | **-** | **-** | **9(6)** | **-** | **u2=-3** |
| 3 | **3(145)** | **-** | **-** | **-** | **4(7)** | **-** | **u3=-8** |
| 4 | **-** | **-** | **12(73)** | **5(88)** | **-** | **-** | **u4=0** |
| 5 | **-** | **-** | **-** | **2(102)** | **-** | **-** | **u5=-3** |
| 6 | **-** | **-** | **0(60)** | **-** | **0(84)** | **-** | **u6=-12** |
| v | **v1=11** | **v2=5** | **v3=12** | **v4=5** | **v5=12** | **v6=3** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | A1B4 : | v4 + u1 = 5 | v4 = 5 - 0 = 5 | | A1B6 : | v6 + u1 = 3 | v6 = 3 - 0 = 3 | | A4B4 : | v4 + u4 = 5 | u4 = 5 - 5 = 0 | | A5B4 : | v4 + u5 = 2 | u5 = 2 - 5 = -3 | | A4B3 : | v3 + u4 = 12 | v3 = 12 - 0 = 12 | | A6B3 : | v3 + u6 = 0 | u6 = 0 - 12 = -12 | | A6B5 : | v5 + u6 = 0 | v5 = 0 - (-12) = 12 | | A2B5 : | v5 + u2 = 9 | u2 = 9 - 12 = -3 | | A3B5 : | v5 + u3 = 4 | u3 = 4 - 12 = -8 | | A2B2 : | v2 + u2 = 2 | v2 = 2 - (-3) = 5 | | A3B1 : | v1 + u3 = 3 | v1 = 3 - (-8) = 11 | |

**Найдем оценки свободных ячеек следующим образом:**

|  |  |
| --- | --- |
| A1B1 : | Δ11 = c11 - ( u1 + v1 ) = 14 - ( 0 + 11 ) = 3 |
| A1B2 : | Δ12 = c12 - ( u1 + v2 ) = 4 - ( 0 + 5 ) = -1 |
| A1B3 : | Δ13 = c13 - ( u1 + v3 ) = 8 - ( 0 + 12 ) = -4 |
| A1B5 : | Δ15 = c15 - ( u1 + v5 ) = 13 - ( 0 + 12 ) = 1 |
| A2B1 : | Δ21 = c21 - ( u2 + v1 ) = 12 - ( -3 + 11 ) = 4 |
| A2B3 : | Δ23 = c23 - ( u2 + v3 ) = 10 - ( -3 + 12 ) = 1 |
| A2B4 : | Δ24 = c24 - ( u2 + v4 ) = 7 - ( -3 + 5 ) = 5 |
| A2B6 : | Δ26 = c26 - ( u2 + v6 ) = 15 - ( -3 + 3 ) = 15 |
| A3B2 : | Δ32 = c32 - ( u3 + v2 ) = 7 - ( -8 + 5 ) = 10 |
| A3B3 : | Δ33 = c33 - ( u3 + v3 ) = 13 - ( -8 + 12 ) = 9 |
| A3B4 : | Δ34 = c34 - ( u3 + v4 ) = 10 - ( -8 + 5 ) = 13 |
| A3B6 : | Δ36 = c36 - ( u3 + v6 ) = 13 - ( -8 + 3 ) = 18 |
| A4B1 : | Δ41 = c41 - ( u4 + v1 ) = 6 - ( 0 + 11 ) = -5 |
| A4B2 : | Δ42 = c42 - ( u4 + v2 ) = 12 - ( 0 + 5 ) = 7 |
| A4B5 : | Δ45 = c45 - ( u4 + v5 ) = 15 - ( 0 + 12 ) = 3 |
| A4B6 : | Δ46 = c46 - ( u4 + v6 ) = 4 - ( 0 + 3 ) = 1 |
| A5B1 : | Δ51 = c51 - ( u5 + v1 ) = 5 - ( -3 + 11 ) = -3 |
| A5B2 : | Δ52 = c52 - ( u5 + v2 ) = 13 - ( -3 + 5 ) = 1 |
| A5B3 : | Δ53 = c53 - ( u5 + v3 ) = 11 - ( -3 + 12 ) = 2 |
| A5B5 : | Δ55 = c55 - ( u5 + v5 ) = 12 - ( -3 + 12 ) = 3 |
| A5B6 : | Δ56 = c56 - ( u5 + v6 ) = 6 - ( -3 + 3 ) = 6 |
| A6B1 : | Δ61 = c61 - ( u6 + v1 ) = 0 - ( -12 + 11 ) = 1 |
| A6B2 : | Δ62 = c62 - ( u6 + v2 ) = 0 - ( -12 + 5 ) = 7 |
| A6B4 : | Δ64 = c64 - ( u6 + v4 ) = 0 - ( -12 + 5 ) = 7 |
| A6B6 : | Δ66 = c66 - ( u6 + v6 ) = 0 - ( -12 + 3 ) = 9 |

**Если все оценки свободных ячеек положительные, следовательно, найдено оптимальное решение.**

Есть отрицательные оценки, следовательно, возможно получить новое решение.

**ШАГ №1.**

Выберем ячейку A4B1, ее оценка отрицательная. Поставьте курсор мыши в выбранную ячейку A4B1.

Используя горизонтальные и вертикальные перемещения курсора, соедините непрерывной линией заполненные ячейки так, чтобы вернуться в исходную ячейку.

Ячейки, расположенные в вершинах построенной ломаной линии, образуют цикл для выбранной ячейки.

Он единственный. Направление обхода не имеет значения.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5(5)** | **13** | **3(165)** | **170** |
| 2 | **12** | **2(109)** | **10** | **7** | **9(6)** | **15** | **115** |
| 3 | **3(145)-** | **7** | **13** | **10** | **4(7)+** | **13** | **152** |
| 4 | **6(-5)+** | **12** | **12(73)-** | **5(88)** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2(102)** | **12** | **6** | **102** |
| 6 | **0** | **0** | **0(60)+** | **0** | **0(84)-** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

min {73, 84, 145} = 73.

Данное преобразование не изменит баланса.

А вот общая стоимость доставки продукции изменится на величину: 73 \* (6 – 12 + 0 – 0 + 4 – 3) = -5 \* 73.

**-5 \* 73 = Δ41 \* 73**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5(5)** | **13** | **3(165)** | **170** |
| 2 | **12** | **2(109)** | **10** | **7** | **9(6)** | **15** | **115** |
| 3 | **3(145-73)** | **7** | **13** | **10** | **4(7+73)** | **13** | **152** |
| 4 | **6(-5+73)** | **12** | **12(73-73)** | **5(88)** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2(102)** | **12** | **6** | **102** |
| 6 | **0** | **0** | **0(60+73)** | **0** | **0(84-73)** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

Получили новое решение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5(5)** | **13** | **3(165)** | **170** |
| 2 | **12** | **2(109)** | **10** | **7** | **9(6)** | **15** | **115** |
| 3 | **3(72)** | **7** | **13** | **10** | **4(80)** | **13** | **152** |
| 4 | **6(68)** | **12** | **12(0)** | **5(88)** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2(102)** | **12** | **6** | **102** |
| 6 | **0** | **0** | **0(133)** | **0** | **0(11)** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

Общую сумму доставки продукции, для данного решения, легко посчитать.

F(x) = 2775+ Δ41 \* 73 = 2775-5 \* 73 = 2410 ден. ед.

Полученное решение является оптимальным?

Проверим, является ли полученное решение оптимальным

Каждому поставщику Ai ставим в соответствие некоторое число ui, называемое потенциалом поставщика.

Каждому потребителю Bj ставим в соответствие некоторое число vj, называемое потенциалом потребителя.

Для задействованного маршрута, сумма потенциалов поставщика и потребителя равна тарифу задействованного маршрута.

Значение одного потенциала необходимо задать. Пусть u1 = 0.

Последовательно найдем значения потенциалов.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A1B4 : | v4 + u1 = 5 | v4 = 5 - 0 = 5 |
| A1B6 : | v6 + u1 = 3 | v6 = 3 - 0 = 3 |
| A4B4 : | v4 + u4 = 5 | u4 = 5 - 5 = 0 |
| A5B4 : | v4 + u5 = 2 | u5 = 2 - 5 = -3 |
| A4B1 : | v1 + u4 = 6 | v1 =6 - 0 = 6 |
| A3B1 : | v1 + u3 = 3 | u3 = 3 - 6 = -3 |
| A3B5 : | v5 + u3 = 4 | v5 = 4 - (-3) = 7 |
| A6B5 : | v5 + u6 = 0 | u6 = 0 - 7 = -7 |
| A2B5 : | v5 + u2 = 9 | u2 = 9 - 7 = 2 |
| A6B3 : | v3 + u6 = 0 | v3 = 0 - (-7) = 7 |
| A2B2 : | v2 + u2 = 2 | v2 = 2 - 2 = 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | u |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5(5)** | **13** | **3(165)** | **u1=0** |
| 2 | **12** | **2(109)** | **10** | **7** | **9(6)** | **15** | **u2=2** |
| 3 | **3(72)** | **7** | **13** | **10** | **4(80)** | **13** | **u3=-3** |
| 4 | **6(68)** | **12** | **12(0)** | **5(88)** | **15** | **4** | **u4=0** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2(102)** | **12** | **6** | **u5=-3** |
| 6 | **0** | **0** | **0(133)** | **0** | **0(11)** | **0** | **u6=-7** |
| v | **v1=6** | **v2=0** | **v3=7** | **v4=5** | **v5=7** | **v6=3** |  |

Найдем оценки незадействованных маршрутов.

|  |  |
| --- | --- |
| A1B1 : | Δ11 = c11 - ( u1 + v1 ) = 14 - ( 0 + 6 ) = 8 |
| A1B2 : | Δ12 = c12 - ( u1 + v2 ) = 4 - ( 0 + 0 ) = 4 |
| A1B3 : | Δ13 = c13 - ( u1 + v3 ) = 8 - ( 0 + 7 ) = 1 |
| A1B5 : | Δ15 = c15 - ( u1 + v5 ) = 13 - ( 0 + 7 ) = 6 |
| A2B1 : | Δ21 = c21 - ( u2 + v1 ) = 12 - ( 2 + 6 ) = 4 |
| A2B3 : | Δ23 = c23 - ( u2 + v3 ) = 10 - ( 2 + 7 ) = 1 |
| A2B4 : | Δ24 = c24 - ( u2 + v4 ) = 7 - ( 2 + 5 ) = 0 |
| A2B6 : | Δ26 = c26 - ( u2 + v6 ) = 15 - ( 2 + 3 ) = 10 |
| A3B2 : | Δ32 = c32 - ( u3 + v2 ) = 7 - ( -3 + 0 ) = 10 |
| A3B3 : | Δ33 = c33 - ( u3 + v3 ) = 13 - ( -3 + 7 ) = 9 |
| A3B4 : | Δ34 = c34 - ( u3 + v4 ) = 10 - ( -3 + 5 ) = 8 |
| A3B6 : | Δ36 = c36 - ( u3 + v6 ) = 13 - ( -3 + 3 ) = 13 |
| A4B2 : | Δ42 = c42 - ( u4 + v2 ) = 12 - ( 0 + 0 ) = 12 |
| A4B5 : | Δ45 = c45 - ( u4 + v5 ) = 15 - ( 0 + 7 ) = 8 |
| A4B6 : | Δ46 = c46 - ( u4 + v6 ) = 4 - ( 0 + 3 ) = 1 |
| A5B1 : | Δ51 = c51 - ( u5 + v1 ) = 5 - ( -3 + 6 ) = 2 |
| A5B2 : | Δ52 = c52 - ( u5 + v2 ) = 13 - ( -3 + 0) = 16 |
| A5B3 : | Δ53 = c53 - ( u5 + v3 ) = 11 - ( -3 + 7 ) = 7 |
| A5B5 : | Δ55 = c55 - ( u5 + v5 ) = 12 - ( -3 + 7) = 8 |
| A5B6 : | Δ56 = c56 - ( u5 + v6 ) = 6 - ( -3 + 3 ) = 6 |
| A6B1 : | Δ61 = c61 - ( u6 + v1 ) = 0 - ( -7 + 6 ) = 1 |
| A6B2 : | Δ62 = c62 - ( u6 + v2 ) = 0 - ( -7 + 0 ) = 7 |
| A6B4 : | Δ64 = c64 - ( u6 + v4 ) = 0 - ( -7 + 5 ) = 2 |
| A6B6 : | Δ66 = c66 - ( u6 + v6 ) = 0 - ( -7 + 3 ) = 4 |

Нет отрицательных оценок, следовательно, уменьшить общую стоимость доставки продукции невозможно.

Smin = 2410 ден. ед.